

Breve introdução ao tratamento de dados experimentais e representação gráfica

Laboratório de Psicofísica
Laboratório de Óptica

S. Mogo

Departamento de Física
Universidade da Beira Interior

2020 / 21

Outline

- 1 Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório
- 2 Tipos de erros experimentais
 - Erros sistemáticos
 - Erros aleatórios
- 3 Análise estatística de erros aleatórios
- 4 Teoria de propagação do erro
- 5 Algarismos significativos
- 6 Representação gráfica de dados experimentais
 - Gráfico
 - Barras de erro
 - Funções de ajuste
 - Seleção da melhor escala

Outline

- 1 Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório
- 2 Tipos de erros experimentais
 - Erros sistemáticos
 - Erros aleatórios
- 3 Análise estatística de erros aleatórios
- 4 Teoria de propagação do erro
- 5 Algarismos significativos
- 6 Representação gráfica de dados experimentais
 - Gráfico
 - Barras de erro
 - Funções de ajuste
 - Seleção da melhor escala

Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório

- 1 Formação de grupos
- 2 Distribuição de PCs (Laboratório de Psicofísica)
- 3 Pré-relatório → Realização experimental →
→ Relatório (1 semana) → Classificação (1 semana)

Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório

Pré-relatório

- 1 Objectivo
- 2 Esquema de montagem (quando aplicável)
- 3 Cálculos preliminares
- 4 Folhas de registo de resultados (ou tabelas de registo)
- 5 Resultados esperados

Não é permitido iniciar o trabalho experimental antes de obter aprovação do pré-relatório!

Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório

Relatório

O relatório deve incluir:

- 1 O pré-relatório
- 2 As folhas de registo ou tabelas de registo preenchidas
- 3 Tratamentos de erros aleatórios
- 4 Cálculos efectuados
- 5 Cálculo da propagação do erro
- 6 Resultados obtidos
- 7 Comentários finais

Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório

Calendarização

- 1 Os trabalhos experimentais são realizados nas semanas indicadas na web da disciplina;
- 2 Os trabalhos experimentais encontram-se separados por temas, sendo necessário realizar um relatório por cada tema (e não por cada trabalho experimental);
- 3 As entregas de relatórios são **obrigatoriamente** realizadas através do *Moodle*, em formato pdf e até à data/hora indicada no sistema;
- 4 Após essa hora, o sistema bloqueia e não são aceites mais trabalhos.

Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório

Cuidados e segurança

- 1 Protecção de material e instrumentos do Laboratório;
- 2 Protecção dos utilizadores.

Consultar as Normas do Laboratório que se encontram afixadas na entrada!

Outline

- 1 Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório
- 2 Tipos de erros experimentais
 - Erros sistemáticos
 - Erros aleatórios
- 3 Análise estatística de erros aleatórios
- 4 Teoria de propagação do erro
- 5 Algarismos significativos
- 6 Representação gráfica de dados experimentais
 - Gráfico
 - Barras de erro
 - Funções de ajuste
 - Seleção da melhor escala

Tipos de erros experimentais

Erros sistemáticos

Erros sistemáticos → são devidos a causas identificáveis e podem, em princípio ser identificados e eliminados.



- **Erros instrumentais** ex.: instrumento mal calibrado
- **Erros de observação** ex.: erro de paralaxe
- **Erros resultantes de aproximações em fórmulas** ex.:
aproximação paraxial
- **Erros relacionados com o ambiente em que decorre a experiência** ex.: variações na tensão da rede que alterem a intensidade luminosa de um estímulo visual

Tipos de erros experimentais

Erros aleatórios

Erros aleatórios → flutuações positivas e negativas que provocam que cerca de metade das medições efectuadas sejam mais altas e metade sejam mais baixas que o valor real.

As suas causas nem sempre podem ser identificadas.



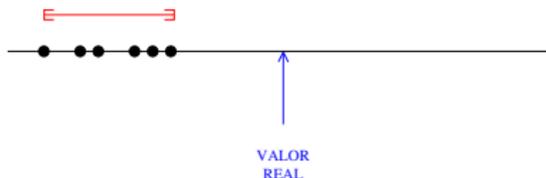
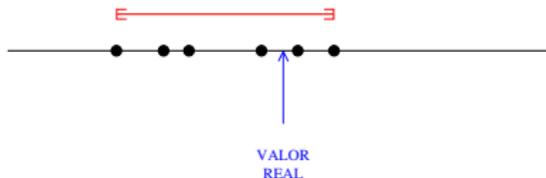
- **Erros de observação** ex.: erros na decisão do observador ao ler uma escala e aproximar à divisão mais pequena
- **Erros relacionados com o ambiente em que decorre a experiência** ex.: variações em variáveis não controláveis, T, HR, tensão na rede, ...

Precisão e exactidão

Precisão → concordância entre os valores experimentais medidos.



Quanto mais próximos entre si, maior a sua precisão.

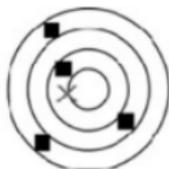


Precisão e exactidão

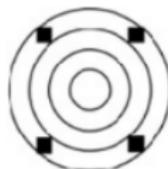
Exactidão → valores experimentais distribuem-se uniformemente à volta do valor real.



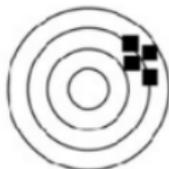
Podem estar próximos ou afastados do valor real.



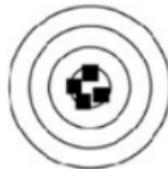
A. Low Precision, Low Accuracy



B. Low Precision, High Accuracy



C. High Precision, Low Accuracy



D. High Precision, High Accuracy

Os **erros sistemáticos** afectam a exactidão mas não a precisão das medições.

Outline

- 1 Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório
- 2 Tipos de erros experimentais
 - Erros sistemáticos
 - Erros aleatórios
- 3 Análise estatística de erros aleatórios
- 4 Teoria de propagação do erro
- 5 Algarismos significativos
- 6 Representação gráfica de dados experimentais
 - Gráfico
 - Barras de erro
 - Funções de ajuste
 - Seleccção da melhor escala

Análise estatística de erros aleatórios

- 1 Repetir a medição n vezes;
- 2 Valor médio das medidas: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ x_i - i -ésimo valor medido
- 3 Desvio em relação à média: $\delta_i = x_i - \bar{x}$
- 4 Média dos desvios: $d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta_i|$
- 5 Erro de leitura: $(\Delta x)_{\text{leitura}}$
 - indicado pelo fabricante
 - metade da menor divisão da escala (analógica)
 - menor divisão da escala (digital)
- 6 Limite superior do erro: Δx
 - comparar d com $(\Delta x)_{\text{leitura}}$
 - tomar o maior dos dois
- 7 resultado da medição: $x = \bar{x} \pm \Delta x$
- 8 Percentagem de erro (se possível): % de erro = $\frac{|x_{\text{th}} - \bar{x}|}{x_{\text{th}}}$

Análise estatística de erros aleatórios

Exemplo

Medição de um comprimento cujo valor teórico, x_{th} , é 6 m:

$$x_1 = 600,94 \text{ cm}$$

$$x_2 = 600,96 \text{ cm}$$

$$x_3 = 600,99 \text{ cm}$$

Erro de leitura: 0,01 cm

Outline

- 1 Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório
- 2 Tipos de erros experimentais
 - Erros sistemáticos
 - Erros aleatórios
- 3 Análise estatística de erros aleatórios
- 4 Teoria de propagação do erro**
- 5 Algarismos significativos
- 6 Representação gráfica de dados experimentais
 - Gráfico
 - Barras de erro
 - Funções de ajuste
 - Seleção da melhor escala

Teoria de propagação do erro

Propagação do erro → permite determinar o erro de um valor calculado, utilizando outros valores com os seus próprios erros estimados.



- Vamos supor três valores experimentais com os seus respectivos erros:

$$x \pm \Delta x \quad y \pm \Delta y \quad z \pm \Delta z$$

- supomos também uma função conhecida destes valores experimentais:

$$f(x, y, z)$$

O erro associado à função f pode ser obtido por:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\Delta y)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 (\Delta z)^2}$$

Teoria de propagação do erro

Exemplo – Volume de um paralelepípedo $c \times l \times a$

Comprimento: $c \pm \Delta c$

Largura: $l \pm \Delta l$

Altura: $a \pm \Delta a$

$$V = c \times l \times a$$

$$\Delta V = ?$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial c}\right)^2 (\Delta c)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial l}\right)^2 (\Delta l)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial a}\right)^2 (\Delta a)^2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial c} = la \quad \frac{\partial V}{\partial l} = ca \quad \frac{\partial V}{\partial a} = lc$$

$$\Leftrightarrow \Delta V = \sqrt{(la)^2(\Delta c)^2 + (ca)^2(\Delta l)^2 + (lc)^2(\Delta a)^2}$$

Teoria de propagação do erro

Exemplo – AV

$$AV = 0,000145 \frac{D}{T}$$

$\Delta AV = ?$

$$\Delta AV = \sqrt{\left(\frac{\partial AV}{\partial D}\right)^2 (\Delta D)^2 + \left(\frac{\partial AV}{\partial T}\right)^2 (\Delta T)^2}$$

$$\frac{\partial AV}{\partial D} = ? \quad \frac{\partial AV}{\partial T} = ?$$

$$\Leftrightarrow \Delta AV = \sqrt{\left(\frac{0,000145}{T}\right)^2 (\Delta D)^2 + \left(-\frac{0,000145D}{T^2}\right)^2 (\Delta T)^2}$$

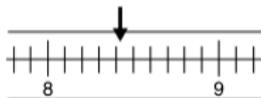
Outline

- 1 Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório
- 2 Tipos de erros experimentais
 - Erros sistemáticos
 - Erros aleatórios
- 3 Análise estatística de erros aleatórios
- 4 Teoria de propagação do erro
- 5 Algarismos significativos
- 6 Representação gráfica de dados experimentais
 - Gráfico
 - Barras de erro
 - Funções de ajuste
 - Seleção da melhor escala

Algarismos significativos

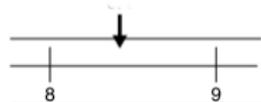
Incerteza

Vamos supor que estamos a ver 2 escalas em cm:



Os dígitos 8 e 4 são exactos.
O dígito 2 tem de ser estimado pelo observador.

$$8,42 \pm 0,05 \text{ cm}$$



O dígito 8 é exacto.
O dígito 4 tem de ser estimado pelo observador.

$$8,4 \pm 0,5 \text{ cm}$$

Algarismos significativos

$$0,91 \times 1,23 = \dots$$

Algarismos significativos

$$0,91 \times 1,23 = 1,1$$

$$0,91 \times 1,23 = 1,1193$$

$$0,91 \times 1,23 = 1,12$$

?

Algarismos significativos

- Posição da vírgula não influencia o número de algarismos significativos;
- ao realizar operações matemáticas, há que manter o número de algarismos significativos do factor que tiver menos:
- 0,5 – 1 algarismo significativo;
- 100 – não determinado;
- 0,00023 – 2 algarismos significativos;
- 0,000200 – 3 algarismos significativos.

Outline

- 1 Normas de funcionamento e normas de segurança do Laboratório
- 2 Tipos de erros experimentais
 - Erros sistemáticos
 - Erros aleatórios
- 3 Análise estatística de erros aleatórios
- 4 Teoria de propagação do erro
- 5 Algarismos significativos
- 6 Representação gráfica de dados experimentais
 - Gráfico
 - Barras de erro
 - Funções de ajuste
 - Seleccção da melhor escala

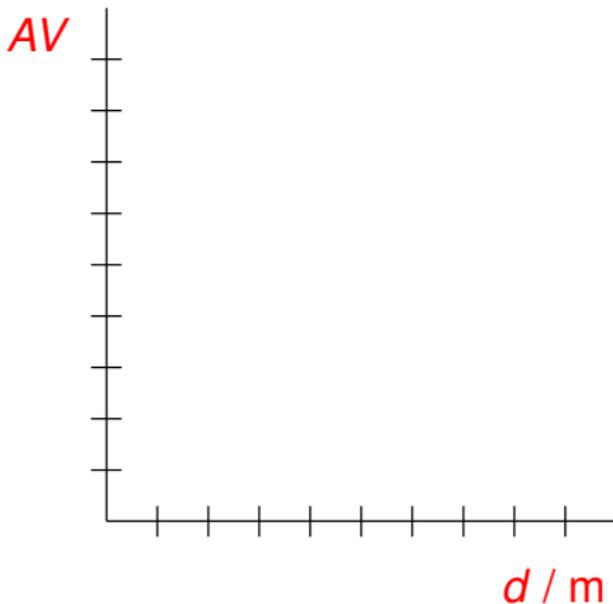
Representação gráfica de dados experimentais

Utilidade

- O ser humano é predominantemente um ser visual:
80 % das entradas sensoriais:
- estimar valores em pontos que não foram medidos experimentalmente;
- prever o comportamento das variáveis para lá dos limites medidos experimentalmente.

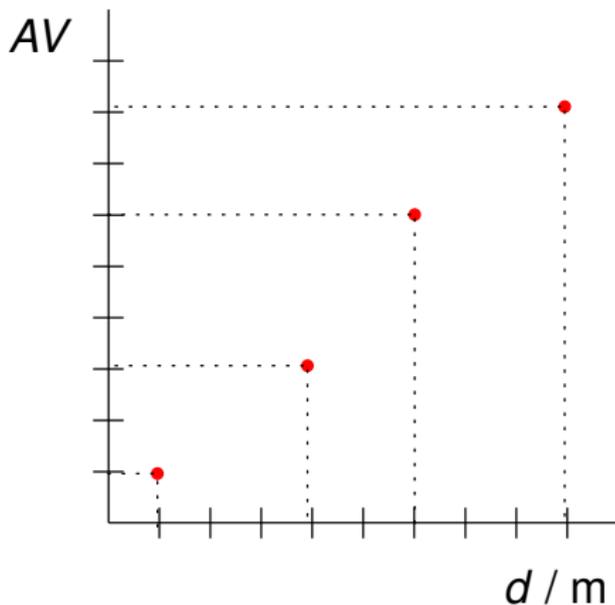
Representação gráfica de dados experimentais

Identificação de eixos



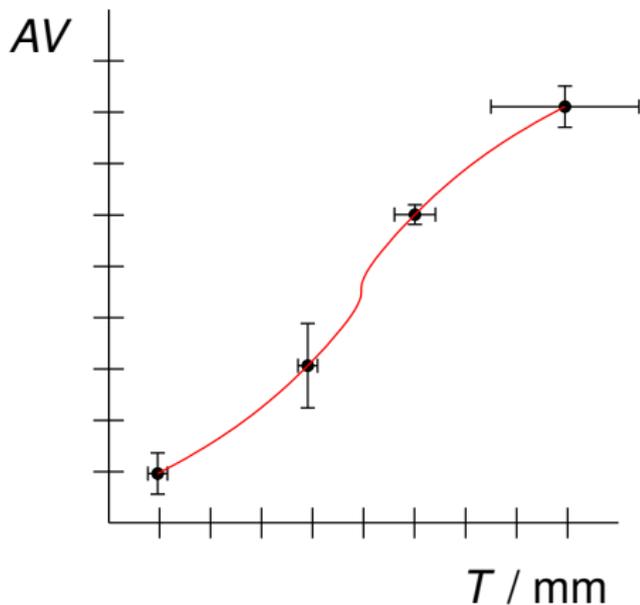
Representação gráfica de dados experimentais

Marcação de pontos



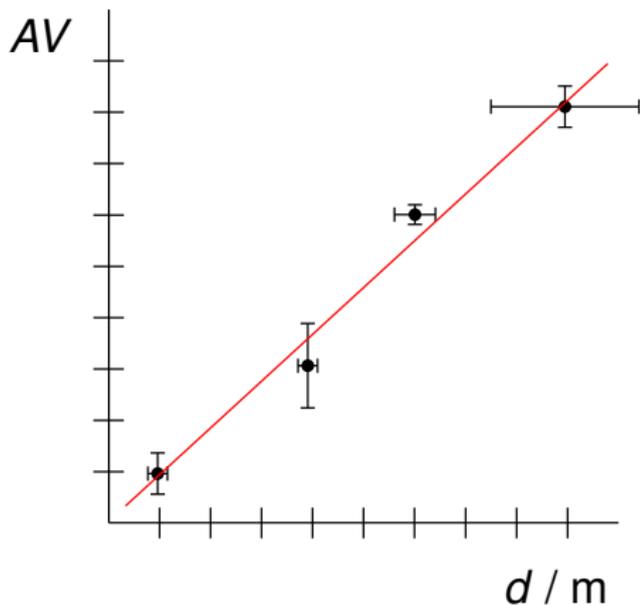
Representação gráfica de dados experimentais

Funções de ajuste



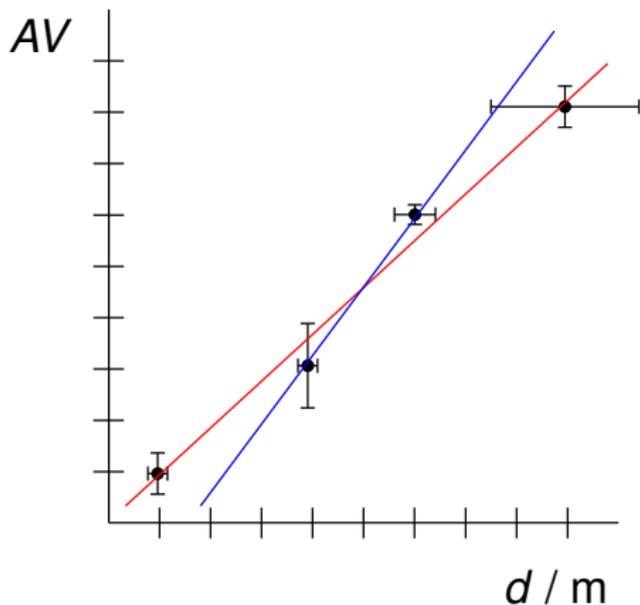
Representação gráfica de dados experimentais

Funções de ajuste



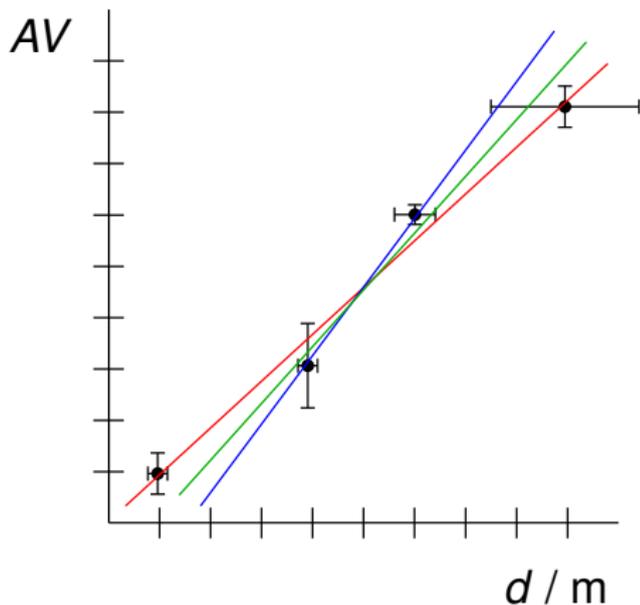
Representação gráfica de dados experimentais

Funções de ajuste



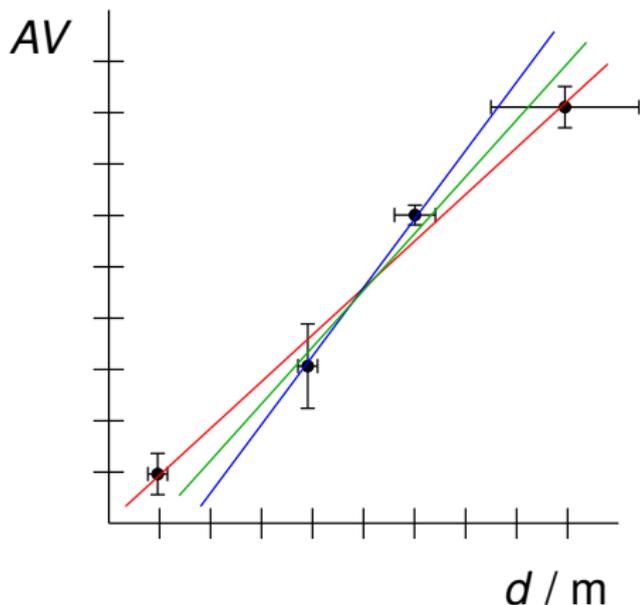
Representação gráfica de dados experimentais

Funções de ajuste



Representação gráfica de dados experimentais

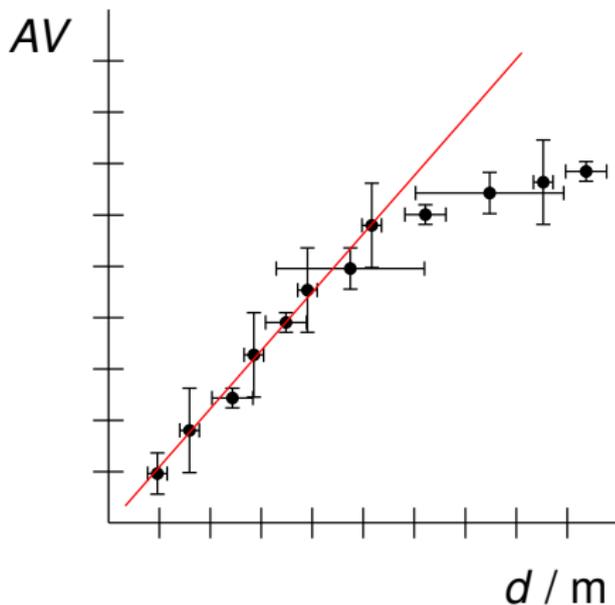
Funções de ajuste



Soma das distâncias dos pontos à função deve ser a menor possível.

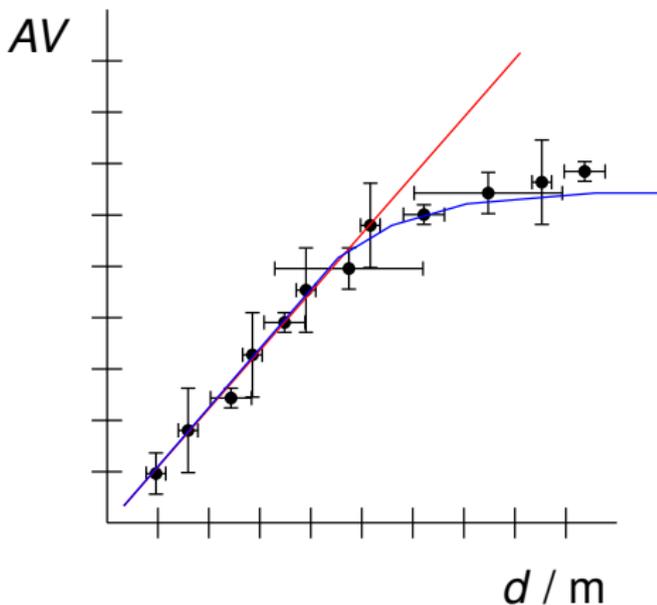
Representação gráfica de dados experimentais

Funções de ajuste



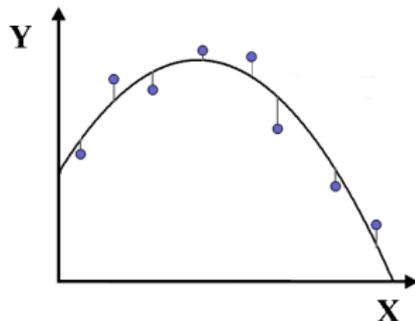
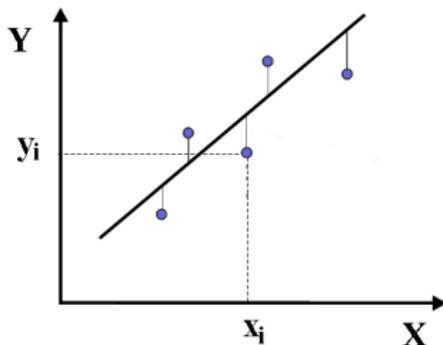
Representação gráfica de dados experimentais

Funções de ajuste



Representação gráfica de dados experimentais

Funções de ajuste



Soma das distâncias dos pontos à função deve ser a menor possível.

Representação gráfica de dados experimentais

Funções de ajuste

Precisamos conhecer:

- função;
- qualidade do ajuste.

Representação gráfica de dados experimentais

Seleção da melhor escala

1 Linear:

2 4 3 6 1 8 3

2 Logarítmica:

2 20 3 000 400 10 000 50 5 000

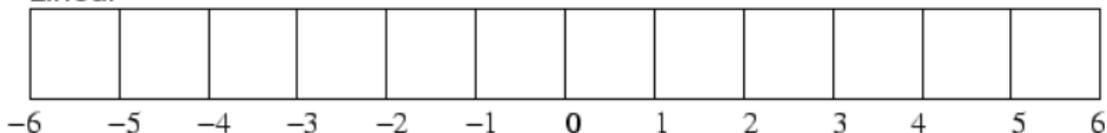
3 Quebrada:

4 3 6 1 000 1 003 1 001 1 005

Representação gráfica de dados experimentais

Escala logarítmica

Linear



Logarítmica



Representação gráfica de dados experimentais

Escala logarítmica

